EXERCICE N°1 : 30' 5 points

Calculer les limites suivantes :

1) a) $\lim\limits_{x \to -\infty} x + 2x^2 - 3x^3 + 1$; **b)** $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{-2x + 3x^4 - x^3}{x - 1 - 6x^4}$; **c)** $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{-6x + 3}{2x^3 + x + 1}$.

2) a) $\lim\limits_{x \to -1} \dfrac{x^4 - 2x^2 + 1}{x^3 - 6x - 5}$; **b)** $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{\sqrt{x+1} - \sqrt{3x-5}}{2x - 6}$; **c)** $\lim\limits_{x \to 1^+} \dfrac{x + 1}{x^2 - 3x + 2}$.

3) a) $\lim\limits_{x \to +\infty} \sqrt{3x^2 - 1} - 2x$; **b)** $\lim\limits_{x \to -\infty} 2x + \sqrt{4x^2 + 1}$; **c)** $\lim\limits_{x \to -\infty} 2x + \sqrt{4x^2 + x + 1}$.

4) a) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\cos(2x) - 1}{\sin^2(3x)}$; **b)** $\lim\limits_{x \to 0^+} \dfrac{1}{x} + \cos\dfrac{1}{x}$; **c)** $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{3}} \dfrac{1 - 2\cos x}{\sqrt{3} - 2\sin x}$. $-\sqrt{3}$

EXERCICE N°2 : 20' 3 points

1) Déterminer les domaines de définitions de chacune des fonctions suivantes et étudier leurs branches infinies : $f(x) = \dfrac{x^3 + x^2 - 1}{x^2 - 1}$; $g(x) = \sqrt{x^2 + x + 1}$.

2) Montrer que la droite $\Delta : x = -\dfrac{1}{2}$ est un axe de symétrie de la courbe de g.

EXERCICE N°3 : 30' 6 points

Soit la fonction f définie par $f(x) = \dfrac{x - 1}{\sqrt{|x^2 + x - 2|}}$.

1) Déterminer le domaine de définition de f.

2) f est-elle prolongeable par continuité en -2 et en 1 ?

3) Déterminer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

EXERCICE N°4 : 30' 6 points

1) Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x\sqrt{1 + x^2} - 1$.

a) Etudier les variations de g sur $\mathbb{R}$.

b) Montrer qu'il existe un unique réel α tel que $g(\alpha) = 0$.

c) Montrer que $0{,}7 < \alpha < 0{,}8$.

2) a) Dresser alors le tableau de variation de f définie par $f(x) = \dfrac{x^3}{3} - \sqrt{1 + x^2}$.

b) Montrer que $f(\alpha) = \dfrac{\alpha^4 - 3}{3\alpha}$.

EXERCICE N°5 : 30' 6 points

On considère la fonction g définie sur $[0 , \pi]$ par : $g(x) = 1 + 4\cos x$.

1) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique x_0 sur $[0 , \pi]$.

2) Déterminer un encadrement d'amplitude $\dfrac{\pi}{3}$ de la solution.